

Bilag II.

## Udledning af den største Brøks Metode ved Hjælp af mindste Kvadraters Metode.

Lad os antage, at de *nøjagtige* (og altsaa i Almindelighed brudne) Værdier af de Mandatantal, der tilkommer de enkelte Partier, er  $n_1, n_2, n_3, \dots$ , medens man paa en eller anden Maade, ligegyldig hvilken, har faaet disse brudne Tal erstattet med tilsvarende hele  $m_1, m_2, m_3, \dots$ , hvor altsaa

$$n_1 + n_2 + n_3 + \dots = m_1 + m_2 + m_3 + \dots = M.$$

Vi vil prøve, om Middelfejlen paa et Partis Mandatantal kan gøres mindre ved at ændre paa Fordelingen  $m_1, m_2, m_3, \dots$ .

Et af Partierne skulde *nøjagtig* have  $n$  Mandater, men faar  $m$ , hvorved der begaas en Fejl paa  $n \div m$ ; skal Middelfejlen nu være saa lille som mulig, skal Fejlkvadratsummen  $\sum (n \div m)^2$  for alle Partier være Minimum.

De Ændringer, der kan gøre Fejlkvadratsummen mindre, end den er, bestaar i at tage et Mandat fra et Parti og lægge det til et andet, altsaa erstatte f. Eks.

$$m_r \text{ med } m_r - 1 \text{ og } m_p \text{ med } m_p + 1.$$

Derved vil Summen  $m_1 + m_2, \dots$  forblive uforandret, og vi skal nu se, hvilken Ændring Kvadratsummen undergaar. Alle de Led af denne, der ikke indeholder  $m_r$  og  $m_p$  bliver ganske uforandrede. Summen af disse kaldes  $k$ . Da er Fejlkvadratsummen  $F$  inden Ændringen foretages

$$F = k + (n_r - m_r)^2 + (n_p - m_p)^2;$$

men efter Ændringen faas den nye Kvadratsum

$$F_1 = k + (n_r - m_r + 1)^2 + (n_p - m_p - 1)^2.$$

Forskellen er da

$$F_1 - F = 2(n_r - m_r) - 2(n_p - m_p) + 2.$$

Skal denne Ændring virkelig være en Forbedring, maa

$$F_1 < F \text{ (Fejlkvadratsummen mindre efter Ændringen end før),}$$

altsaa

$$F_1 - F < 0, \text{ hvoraf } (n_r - m_r) - (n_p - m_p) + 1 < 0 \\ \text{eller } (n_p - m_p) - (n_r - m_r) > 1.$$

For nu at undersøge, om der findes 2 Partier,  $p$  og  $r$ , for hvilke denne Betingelse er opfyldt, opskrives alle Differenser  $n \div m$  i Størrelsesorden, de negative først; hvis Forskellen mellem sidste og første Led i denne Række af Afgivelser *ikke* er større end 1, kan Fejlkvadratsummen ikke blive mindre ved Antagelsen af nogen anden Fordeling end den oprindelige  $m_1, m_2, m_3, \dots$ . Er Differensen derimod virkelig